



186.815 Algorithmen und Datenstrukturen 2 VU 3.0
Nachtragstest SS 2014
22. Oktober 2014

Machen Sie die folgenden Angaben bitte in deutlicher Blockschrift:

Nachname: Vorname:

Matrikelnummer: Unterschrift:

Anzahl abgegebener Zusatzblätter:

Legen Sie während der Prüfung Ihren Ausweis für Studierende vor sich auf das Pult.
Sie können die Lösungen entweder direkt auf die Angabeblätter oder auf Zusatzblätter schreiben, die Sie von der Aufsicht erhalten. Es ist nicht zulässig, eventuell mitgebrachtes eigenes Papier zu verwenden. Benutzen Sie bitte dokumentenechte Schreibgeräte (keine Bleistifte)!

Die Verwendung von Taschenrechnern, Mobiltelefonen, Tablets, Digitalkameras, Skripten, Büchern, Mitschriften, Ausarbeitungen oder vergleichbaren Hilfsmitteln ist unzulässig.

	A1:	A2:	A3:	Summe:
Erreichbare Punkte:	14	18	18	50
Erreichte Punkte:	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>

Viel Erfolg!

Aufgabe 1.A: Textsuche

(14 Punkte)

Betrachten Sie den Algorithmus von *Boyer-Moore* (BM), *Knuth-Morris-Pratt* (KMP), den Text $T = \text{KBBKKBCBKBCBKB}$, das Muster $P = \text{KBCBK}$ und die folgenden Arrays:

$next$ $[0, 0, 0, 0, 1]$
 $suffix$ $[4, 4, 4, 4, 1]$
 $last$ $[K \rightarrow 5, B \rightarrow 4, C \rightarrow 3, \dots \rightarrow 0]$

Suchen Sie mittels BM **und** KMP in T nach allen Vorkommnissen von P . Visualisieren Sie in jedem Schritt, wo das Muster angelegt wird. Geben Sie an welche Zeichen gematcht werden und welches Zeichen gegebenenfalls den Missmatch verursacht. Sie können hierfür die vorgedruckten Tabellen verwenden.

a) (6 Punkte) Boyer-Moore (BM)

K	B	B	K	K	B	C	B	K	B	C	B	K	B				

b) (6 Punkte) Knuth-Morris-Pratt (KMP)

K	B	B	K	K	B	C	B	K	B	C	B	K	B				

c) (2 Punkte) Welchen der oben angeführten Algorithmen würden Sie bevorzugen, wenn der Text nur sequentiell durchsucht werden kann? Begründen Sie Ihre Antwort!

Aufgabe 2.A: Bereichssuche**(18 Punkte)**

a) (6 Punkte)

Gegeben ist die folgende Punktmenge in 2D:

$$S = (1, 3), K = (9, 1), M = (7, 4), R = (3, 7), A = (6, 2), T = (8, 9), E = (4, 0)$$

Zeichnen Sie einen balancierten Baum für die 2-dimensionale Bereichssuche, dessen Knoten den angegebenen Punkten entsprechen. Achten Sie dabei auf Folgendes:

- Behandeln Sie zuerst die y-Koordinaten, danach die x-Koordinaten, usw.
- Beschriften Sie jeden Knoten mit dem Buchstaben des entsprechenden Punktes.
- Der Median einer Folge $\langle a_l, \dots, a_r \rangle$ ist a_m mit $m = \lceil \frac{l+r}{2} \rceil$ (aufgerundet).

b) (6 Punkte)

Ein Bereich D mit den Eckpunkten $d_1 = (5, 4)$ und $d_2 = (8, 8)$ ist gegeben.

- Markieren Sie alle Knoten in Ihrem Baum aus Punkt (a), die bei der Bereichssuche nach D vom Bereichssuche-Algorithmus besucht werden.
- Welche Punkte liegen im Bereich D ?

c) (6 Punkte)

Gegeben ist der Algorithmus für die Bereichssuche in einem 2-dimensionalen Raum mittels 2-dimensionaler Suchbäume.

Bereichssuche(Knoten p , Richtung d , Bereich D)

```

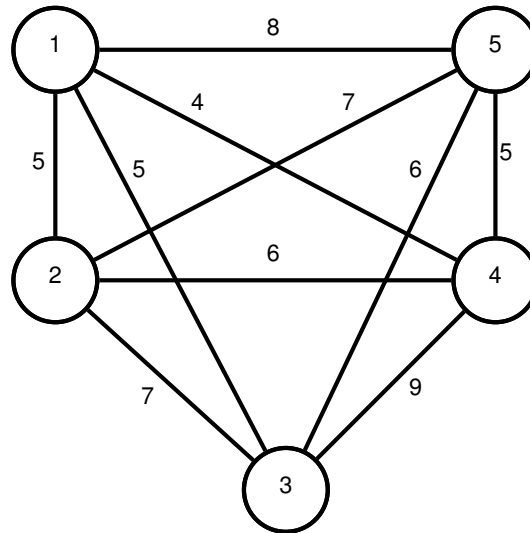
1: falls  $p \neq \text{NULL}$  dann {
2:   falls  $d == \text{vert}$  dann {
3:      $(l, r) = (D.y_1, D.y_2)$ ;
4:      $\text{coord} = p.y$ ;
5:      $r\text{Neu} = \text{horiz}$ ;
6:   } sonst {
7:      $(l, r) = (D.x_1, D.x_2)$ ;
8:      $\text{coord} = p.x$ ;
9:      $r\text{Neu} = \text{vert}$ ;
10:  }
11: falls  $p \in D$  dann Ausgabe von  $p$ ;
12: falls  $l \leq \text{coord}$  dann Bereichssuche( $p.\text{left}$ ,  $r\text{Neu}$ ,  $D$ );
13: falls  $\text{coord} \leq r$  dann Bereichssuche( $p.\text{right}$ ,  $r\text{Neu}$ ,  $D$ );
14: }
```

Erweitern Sie diesen Algorithmus, sodass er für die Bereichssuche in einem 3-dimensionalen Raum angewendet werden kann!

Aufgabe 3.A: Approximationsalgorithmen

(18 Punkte)

Gegeben ist der folgende, vollständige, ungerichtete Graph G von fünf Städten und den jeweiligen Distanzen. Wenden Sie die Christophides-Heuristik an, um eine Näherungslösung für das Traveling-Salesman-Problem in diesem Graphen zu finden.



a) (3 Punkte)

Markieren Sie in G jene Kanten, die den minimalen Spannbaum B bilden, und geben Sie die Menge W der Knoten mit ungeradem Grad in B an.

b) (4 Punkt)

Geben Sie das perfekte Matching M kleinsten Gewichts im von W induzierten Graphen an und zeichnen Sie den Graphen G' mit den Kanten $B \cup M$.

c) (4 Punkte)

Zeichnen Sie eine Euler-Tour F im Graphen G' . Beginnen Sie beim Knoten 1 und orientieren Sie F , indem Sie, falls mehrere Knoten in Frage kommen, immer zu dem Knoten mit dem kleinsten Index weitergehen.

d) (3 Punkte)

Zeichnen Sie die Ergebnistour der Christophides-Heuristik.

e) (4 Punkte)

Welche Gütegarantie besitzt die *Christophides-Heuristik* für das metrische Traveling-Salesman-Problem? Beschreiben Sie die Bedeutung dieses Faktors auch in Worten.



186.815 Algorithmen und Datenstrukturen 2 VU 3.0
Nachtragstest SS 2014
22. Oktober 2014

Machen Sie die folgenden Angaben bitte in deutlicher Blockschrift:

Nachname: Vorname:

Matrikelnummer: Unterschrift:

Anzahl abgegebener Zusatzblätter:

Legen Sie während der Prüfung Ihren Ausweis für Studierende vor sich auf das Pult.
Sie können die Lösungen entweder direkt auf die Angabeblätter oder auf Zusatzblätter schreiben, die Sie von der Aufsicht erhalten. Es ist nicht zulässig, eventuell mitgebrachtes eigenes Papier zu verwenden. Benutzen Sie bitte dokumentenechte Schreibgeräte (keine Bleistifte)!

Die Verwendung von Taschenrechnern, Mobiltelefonen, Tablets, Digitalkameras, Skripten, Büchern, Mitschriften, Ausarbeitungen oder vergleichbaren Hilfsmitteln ist unzulässig.

	B1:	B2:	B3:	Summe:
Erreichbare Punkte:	14	18	18	50
Erreichte Punkte:	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>

Viel Glück!

Aufgabe 1.B: Textsuche

(14 Punkte)

Betrachten Sie den Algorithmus von *Boyer-Moore* (BM), *Knuth-Morris-Pratt* (KMP), den Text $T = \text{COCCOAOCCOACO}$, das Muster $P = \text{COAOC}$ und die folgenden Arrays:

\textit{suffix} [4, 4, 4, 4, 1]
 \textit{last} [A \rightarrow 3, O \rightarrow 4, C \rightarrow 5, $\dots \rightarrow$ 0]
 \textit{next} [0, 0, 0, 0, 1]

Suchen Sie mittels KMP **und** BM in T nach allen Vorkommnissen von P . Visualisieren Sie in jedem Schritt, wo das Muster angelegt wird. Geben Sie an welche Zeichen gematcht werden und welches Zeichen gegebenenfalls den Missmatch verursacht. Sie können hierfür die vorgedruckten Tabellen verwenden.

a) (6 Punkte) Knuth-Morris-Pratt (KMP)

C	O	O	C	C	O	A	O	C	O	A	O	C	O				

b) (6 Punkte) Boyer-Moore (BM)

C	O	O	C	C	O	A	O	C	O	A	O	C	O				

c) (2 Punkte) Welchen der oben angeführten Algorithmen würden Sie bevorzugen, wenn der Text nur sequentiell durchsucht werden kann? Begründen Sie Ihre Antwort!

Aufgabe 2.B: Bereichssuche**(18 Punkte)**

a) (6 Punkte)

Gegeben ist die folgende Punktmenge in 2D:

$$E = (2, 3), A = (9, 1), M = (7, 4), R = (3, 7), S = (6, 2), T = (8, 9), K = (4, 0)$$

Zeichnen Sie einen balancierten Baum für die 2-dimensionale Bereichssuche, dessen Knoten den angegebenen Punkten entsprechen. Achten Sie dabei auf Folgendes:

- Behandeln Sie zuerst die y-Koordinaten, danach die x-Koordinaten, usw.
- Beschriften Sie jeden Knoten mit dem Buchstaben des entsprechenden Punktes.
- Der Median einer Folge $\langle a_l, \dots, a_r \rangle$ ist a_m mit $m = \lceil \frac{l+r}{2} \rceil$ (aufgerundet).

b) (6 Punkte)

Ein Bereich D mit den Eckpunkten $d_1 = (5, 0)$ und $d_2 = (7, 2)$ ist gegeben.

- Markieren Sie alle Knoten in Ihrem Baum aus Punkt (a), die bei der Bereichssuche nach D vom Bereichssuche-Algorithmus besucht werden.
- Welche Punkte liegen im Bereich D ?

c) (6 Punkte)

Gegeben ist der Algorithmus für die Bereichssuche in einem 2-dimensionalen Raum mittels 2-dimensionaler Suchbäume.

Bereichssuche(Knoten p , Richtung d , Bereich D)

```

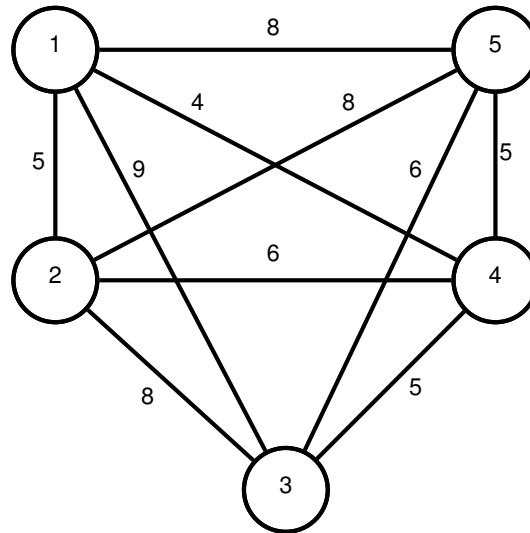
1: falls  $p \neq \text{NULL}$  dann {
2:   falls  $d == \text{vert}$  dann {
3:      $(l, r) = (D.y_1, D.y_2)$ ;
4:      $\text{coord} = p.y$ ;
5:      $r\text{Neu} = \text{horiz}$ ;
6:   } sonst {
7:      $(l, r) = (D.x_1, D.x_2)$ ;
8:      $\text{coord} = p.x$ ;
9:      $r\text{Neu} = \text{vert}$ ;
10:  }
11: falls  $p \in D$  dann Ausgabe von  $p$ ;
12: falls  $l \leq \text{coord}$  dann Bereichssuche( $p.\text{left}$ ,  $r\text{Neu}$ ,  $D$ );
13: falls  $\text{coord} \leq r$  dann Bereichssuche( $p.\text{right}$ ,  $r\text{Neu}$ ,  $D$ );
14: }
```

Erweitern Sie diesen Algorithmus, sodass er für die Bereichssuche in einem 3-dimensionalen Raum angewendet werden kann!

Aufgabe 3.B: Approximationsalgorithmen

(18 Punkte)

Gegeben ist der folgende, vollständige, ungerichtete Graph G von fünf Städten und den jeweiligen Distanzen. Wenden Sie die Christophides-Heuristik an, um eine Näherungslösung für das Traveling-Salesman-Problem in diesem Graphen zu finden.



a) (3 Punkte)

Markieren Sie in G jene Kanten, die den minimalen Spannbaum B bilden, und geben Sie die Menge W der Knoten mit ungeradem Grad in B an.

b) (4 Punkt)

Geben Sie das perfekte Matching M kleinsten Gewichts im von W induzierten Graphen an und zeichnen Sie den Graphen G' mit den Kanten $B \cup M$.

c) (4 Punkte)

Zeichnen Sie eine Euler-Tour F im Graphen G' . Beginnen Sie beim Knoten 1 und orientieren Sie F , indem Sie, falls mehrere Knoten in Frage kommen, immer zu dem Knoten mit dem kleinsten Index weitergehen.

d) (3 Punkte)

Zeichnen Sie die Ergebnistour der Christophides-Heuristik.

e) (4 Punkte)

Welche Gütegarantie besitzt die *Christophides-Heuristik* für das metrische Traveling-Salesman-Problem? Beschreiben Sie die Bedeutung dieses Faktors auch in Worten.