



186.813 Algorithmen und Datenstrukturen 1 VU 6.0
2. Übungstest SS 2012
31. Mai 2012

Machen Sie die folgenden Angaben bitte in deutlicher Blockschrift:

Nachname:	<input type="text"/>	Vorname:	<input type="text"/>
Matrikelnummer:	<input type="text"/>	Studienkennzahl:	<input type="text"/>
Anzahl abgegebener Zusatzblätter:	<input type="text"/>	Unterschrift:	<input type="text"/>

Legen Sie während der Prüfung Ihren Ausweis für Studierende vor sich auf das Pult.
Sie können die Lösungen entweder direkt auf die Angabeblätter oder auf Zusatzblätter schreiben, die Sie von der Aufsicht erhalten. Es ist nicht zulässig, eventuell mitgebrachtes eigenes Papier zu verwenden. Benutzen Sie bitte dokumentenechte Schreibgeräte (keine Bleistifte)!

Die Verwendung von Taschenrechner, Mobiltelefonen, PDAs, Digitalkameras, Skripten, Büchern, Mitschriften, Ausarbeitungen oder vergleichbaren Hilfsmitteln ist unzulässig.

	A1:	A2:	A3:	Summe:
Erreichbare Punkte:	16	16	18	50
Erreichte Punkte:	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>

Viel Erfolg!

Aufgabe 1.A: Hashtabellen**(16 Punkte)**

Fügen Sie die folgenden Zahlen in die jeweiligen Hashtabellen ein, indem Sie die angegebenen Hashfunktionen und Strategien für die Kollisionsbehandlung benutzen.

a) (4 Punkte)

Einzufügende Zahl: 14

Kollisionsbehandlung: Lineares Sondieren mit Schrittweite von 1

Hashfunktion:

$$h'(k) = k \bmod 5$$

Hashtabelle:

0	1	2	3	4
5				9

b) (4 Punkte)

Einzufügende Zahl: 21

Kollisionsbehandlung: Quadratisches Sondieren mit $c_1 = c_2 = \frac{1}{2}$

Hashfunktion:

$$h'(k) = k \bmod 7$$

Hashtabelle:

0	1	2	3	4	5	6
14	8	2	3			

c) (4 Punkte)

Einzufügende Zahl: 15

Kollisionsbehandlung: Double Hashing **ohne** der Verbesserung nach Brent

Hashfunktionen:

$$h_1(k) = k \bmod 7$$

$$h_2(k) = (k \bmod 6) + 1$$

Hashtabelle:

0	1	2	3	4	5	6
	22	2			19	

d) (4 Punkte)

Einzufügende Zahl: 15

Kollisionsbehandlung: Double Hashing **mit** der Verbesserung nach Brent

Wird ein bereits vorhandenes Element verschoben, so muss die neue Position dieses Elementes eindeutig gekennzeichnet werden.

Hashfunktionen:

$$h_1(k) = k \bmod 7$$

$$h_2(k) = (k \bmod 6) + 1$$

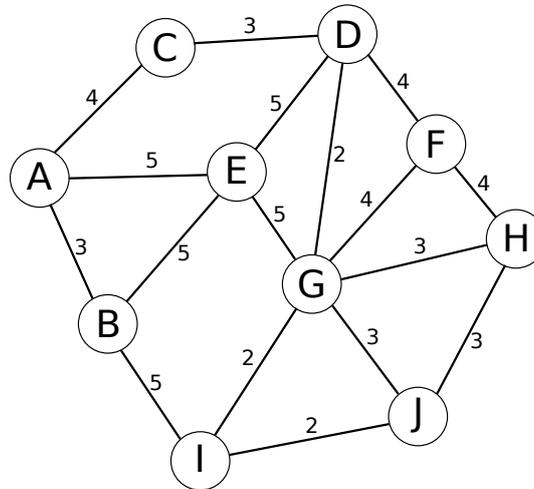
Hashtabelle:

0	1	2	3	4	5	6
	22	2			19	

Aufgabe 2.A: Optimierung

(16 Punkte)

Gegeben ist der folgende gewichtete, ungerichtete Graph G :



a) (12 Punkte)

Führen Sie im Graphen G die Algorithmen von *Prim* und *Kruskal* zum Finden eines minimalen Spannbaums (MST) durch (die Kantengewichte stehen bei den Kanten) und tragen Sie die Kanten in der Reihenfolge, wie sie zu dem Spannbaum hinzugefügt werden, in die unten angeführte Tabelle ein.

Falls sich Ihnen bei der Auswahl der nächsten Kante mehrere Möglichkeiten bieten, dann können Sie zwischen diesen Möglichkeiten frei wählen. Falls Sie einen Startknoten benötigen, wählen Sie F .

Hinweis: Es werden nicht unbedingt alle Zeilen benötigt.

Reihenfolge	Prim	Kruskal
1. Kante		
2. Kante		
3. Kante		
4. Kante		
5. Kante		
6. Kante		
7. Kante		
8. Kante		
9. Kante		
10. Kante		
11. Kante		

b) (4 Punkte)

Kann die folgende Liste L einer Reihenfolge von Kanten entsprechen, die von *Prim's* (egal welcher Startknoten) bzw. *Kruskal's* MST Algorithmus auf G erzeugt wurde? Begründen Sie Ihre Antwort.

$$L = \langle (G, I), (I, J), (D, G), (G, H), (C, D), (D, F), (A, B), (A, C), (D, E) \rangle$$

Aufgabe 3.A: Graphen

(18 Punkte)

Gegeben ist der folgende Algorithmus für ungerichtete, zusammenhängende Graphen:

Was-bin-ich(G, s, t)

Eingabe: Graph $G = (V, E)$ und Knoten $s, t \in V$

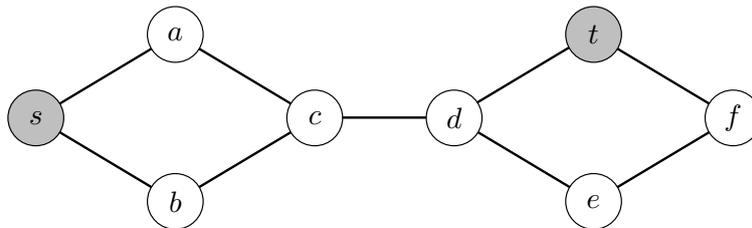
Ausgabe: Knotenmenge X

- 1: $markiert = \emptyset$;
- 2: $X = V \setminus \{s, t\}$; // X ist global
- 3: $foo(G, s, t)$;
- 4: gebe X aus;

foo(G, v, t)

- 1: $markiert = markiert \cup \{v\}$;
- 2: **falls** $v \neq t$ **dann** {
- 3: **für alle** Knoten w aus $N(v)$ {
- 4: **falls** $w \notin markiert$ **dann** {
- 5: $foo(G, w, t)$;
- 6: }
- 7: }
- 8: } **sonst** {
- 9: $X = X \cap markiert$;
- 10: }
- 11: $markiert = markiert \setminus \{v\}$;

Weiters ist ein Graph $G = (V, E)$ gegeben:



a) (5 Punkte)

Führen Sie den Algorithmus **Was-bin-ich**(G, s, t) aus. Welche Knoten enthält die Menge X am Ende?

b) (3 Punkte)

Welche Knoten enthält die Menge $markiert$ am Ende?

c) (3 Punkte)

Geben Sie die Laufzeit des Algorithmus in Θ -Notation in Abhängigkeit geeigneter Kenngrößen an.

d) (2 Punkte)

Auf welchem aus der Vorlesung bekannten Verfahren beruht der Algorithmus **Was-bin-ich**?

e) (5 Punkte)

Beschreiben Sie möglichst kurz und präzise die Funktion dieses Algorithmus. Welche Bedeutung haben die Elemente der Menge X ?



186.813 Algorithmen und Datenstrukturen 1 VU 6.0
2. Übungstest SS 2012
31. Mai 2012

Machen Sie die folgenden Angaben bitte in deutlicher Blockschrift:

Nachname:	<input type="text"/>	Vorname:	<input type="text"/>
Matrikelnummer:	<input type="text"/>	Studienkennzahl:	<input type="text"/>
Anzahl abgegebener Zusatzblätter:	<input type="text"/>	Unterschrift:	<input type="text"/>

Legen Sie während der Prüfung Ihren Ausweis für Studierende vor sich auf das Pult.
Sie können die Lösungen entweder direkt auf die Angabeblätter oder auf Zusatzblätter schreiben, die Sie von der Aufsicht erhalten. Es ist nicht zulässig, eventuell mitgebrachtes eigenes Papier zu verwenden. Benutzen Sie bitte dokumentenechte Schreibgeräte (keine Bleistifte)!

Die Verwendung von Taschenrechner, Mobiltelefonen, PDAs, Digitalkameras, Skripten, Büchern, Mitschriften, Ausarbeitungen oder vergleichbaren Hilfsmitteln ist unzulässig.

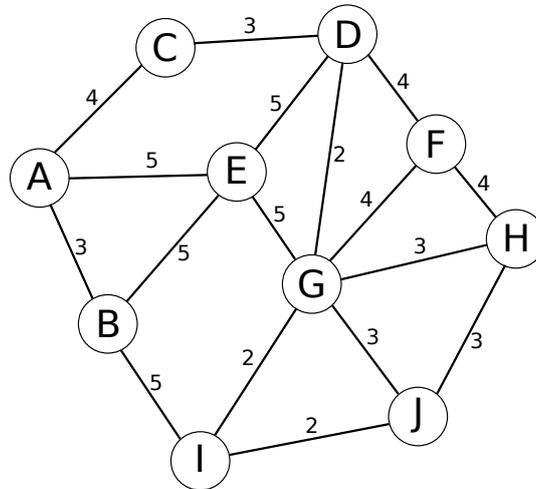
	B1:	B2:	B3:	Summe:
Erreichbare Punkte:	16	16	18	50
Erreichte Punkte:	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>

Viel Glück!

Aufgabe 1.B: Optimierung

(16 Punkte)

Gegeben ist der folgende gewichtete, ungerichtete Graph G :



a) (12 Punkte)

Führen Sie im Graphen G die Algorithmen von *Prim* und *Kruskal* zum Finden eines minimalen Spannbaums (MST) durch (die Kantengewichte stehen bei den Kanten) und tragen Sie die Kanten in der Reihenfolge, wie sie zu dem Spannbaum hinzugefügt werden, in die unten angeführte Tabelle ein.

Falls sich Ihnen bei der Auswahl der nächsten Kante mehrere Möglichkeiten bieten, dann können Sie zwischen diesen Möglichkeiten frei wählen. Falls Sie einen Startknoten benötigen, wählen Sie E .

Hinweis: Es werden nicht unbedingt alle Zeilen benötigt.

Reihenfolge	Kruskal	Prim
1. Kante		
2. Kante		
3. Kante		
4. Kante		
5. Kante		
6. Kante		
7. Kante		
8. Kante		
9. Kante		
10. Kante		
11. Kante		

b) (4 Punkte)

Kann die folgende Liste L einer Reihenfolge von Kanten entsprechen, die von *Prim's* (egal welcher Startknoten) bzw. *Kruskal's* MST Algorithmus auf G erzeugt wurde? Begründen Sie Ihre Antwort.

$$L = \langle (G, I), (I, J), (D, G), (C, D), (A, C), (A, B), (G, H), (F, G), (A, E) \rangle$$

Aufgabe 2.B: Hashtabellen**(16 Punkte)**

Fügen Sie die folgenden Zahlen in die jeweiligen Hashtabellen ein, indem Sie die angegebenen Hashfunktionen und Strategien für die Kollisionsbehandlung benutzen.

a) (4 Punkte)

Einzufügende Zahl: 2

Kollisionsbehandlung: Double Hashing **ohne** der Verbesserung nach Brent

Hashfunktionen:

Hashtabelle:

$$h_1(k) = k \bmod 7$$

$$h_2(k) = (k \bmod 6) + 1$$

0	1	2	3	4	5	6
15	16				12	

b) (4 Punkte)

Einzufügende Zahl: 2

Kollisionsbehandlung: Double Hashing **mit** der Verbesserung nach Brent

Wird ein bereits vorhandenes Element verschoben, so muss die neue Position dieses Elementes eindeutig gekennzeichnet werden.

Hashfunktionen:

Hashtabelle:

$$h_1(k) = k \bmod 7$$

$$h_2(k) = (k \bmod 6) + 1$$

0	1	2	3	4	5	6
15	16				12	

c) (4 Punkte)

Einzufügende Zahl: 9

Kollisionsbehandlung: Lineares Sondieren mit Schrittweite von 1

Hashfunktion:

Hashtabelle:

$$h'(k) = k \bmod 5$$

0	1	2	3	4
5				14

d) (4 Punkte)

Einzufügende Zahl: 14

Kollisionsbehandlung: Quadratisches Sondieren mit $c_1 = c_2 = \frac{1}{2}$

Hashfunktion:

Hashtabelle:

$$h'(k) = k \bmod 7$$

0	1	2	3	4	5	6
21	8	2	3			

Aufgabe 3.B: Graphen

(18 Punkte)

Gegeben ist der folgende Algorithmus für ungerichtete, zusammenhängende Graphen:

Was-bin-ich(G, s, t)

Eingabe: Graph $G = (V, E)$ und Knoten $s, t \in V$

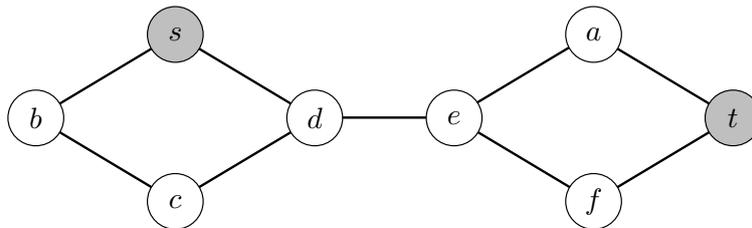
Ausgabe: Knotenmenge X

- 1: $markiert = \emptyset$;
- 2: $X = V \setminus \{s, t\}$; // X ist global
- 3: $foo(G, s, t)$;
- 4: gebe X aus;

foo(G, v, t)

- 1: $markiert = markiert \cup \{v\}$;
- 2: **falls** $v \neq t$ **dann** {
- 3: **für alle** Knoten w aus $N(v)$ {
- 4: **falls** $w \notin markiert$ **dann** {
- 5: $foo(G, w, t)$;
- 6: }
- 7: }
- 8: } **sonst** {
- 9: $X = X \cap markiert$;
- 10: }
- 11: $markiert = markiert \setminus \{v\}$;

Weiters ist ein Graph $G = (V, E)$ gegeben:



a) (5 Punkte)

Führen Sie den Algorithmus **Was-bin-ich**(G, s, t) aus. Welche Knoten enthält die Menge X am Ende?

b) (3 Punkte)

Welche Knoten enthält die Menge $markiert$ am Ende?

c) (3 Punkte)

Geben Sie die Laufzeit des Algorithmus in Θ -Notation in Abhängigkeit geeigneter Kenngrößen an.

d) (2 Punkte)

Auf welchem aus der Vorlesung bekannten Verfahren beruht der Algorithmus **Was-bin-ich**?

e) (5 Punkte)

Beschreiben Sie möglichst kurz und präzise die Funktion dieses Algorithmus. Welche Bedeutung haben die Elemente der Menge X ?